การวิเคราะห์ความแปรปรวนหลายตัวแปร และการวิเคราะห์จำแนกประเภท

14

ในกรณีทดสอบความแตกต่างระหว่างกลุ่มตั้งแต่ 3 กลุ่มขึ้นไป โดยมีตัวแปรตามเพียงตัวเดียว เราจะคิดถึงการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance : ANOVA) แต่ในกรณีที่สนใจจะทดสอบความแตกต่างระหว่างกลุ่มโดยมีตัวแปรตามหลายตัว การใช้ ANOVA ก็จะไม่เหมาะสม เราสามารถใช้เทคนิคการวิเคราะห์ที่เรียกว่าการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบหลายตัวแปร (Multivariate Analysis of Variance : MANOVA) ซึ่งจะแตกต่างกับ ANOVA ตรงที่ใช้วิเคราะห์เมื่อมีตัวแปรตามตัวเดียวหรือหลายตัวก็ได้ เราสามารถค้นหาปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระได้ และยังสามารถเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างกลุ่มที่สนใจได้ การใช้ ANOVA นั้นจะใช้เมื่อตัวแปรตามมีเพียงตัวเดียวหรือที่รู้จักกันในนามของการทดสอบตัวแปรเดียว (univariate test) สำหรับ MANOVA ถูกออกแบบมาเพื่อศึกษาตัวแปรตามหลายตัวหรือรู้จักกันในนามของการทดสอบหลายตัวแปร (multivariate test)

ถ้าเราเก็บรวบรวมข้อมูลที่ประกอบด้วยตัวแปรตามหลายตัวแปรแล้วเราสามารถใช้ ANOVA วิเคราะห์ตัวแปรตามทีละตัวแปรได้ แต่อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์ตัวแปรตามหลายตัวในครั้งเดียวย่อมดีกว่าการวิเคราะห์ตัวแปรตามทีละตัว ทำนองเดียวกับการใช้ ANOVA สำหรับทดสอบความแตกต่างระหว่างกลุ่มทั้งหมดในครั้งเดียวย่อมดีกว่าการวิเคราะห์ t-test ทดสอบทีละสองกลุ่ม ทั้งนี้เพราะการวิเคราะห์หลายครั้งจะเพิ่มความคลาดเคลื่อนแบบที่ 1 (type I error) มากขึ้น แต่ถ้าต้องการใช้ ANOVA วิเคราะห์ตัวแปรตามทีละตัว นั่นหมายความว่าเราไม่สนใจความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามแต่ละตัว ซึ่งตัวแปรตามอาจมีความสัมพันธ์กันจะทำให้เราสูญเสียความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ดังนั้น MANOVA จะวิเคราะห์ตัวแปรตามทั้งหมดในครั้งเดียวทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตาม ส่วนการวิเคราะห์ ANOVA จะบอกเราเฉพาะความแตกต่างระหว่างกลุ่มในมิติเดียว แต่ MANOVA มีอำนาจในการค้นหาความแตกต่างระหว่างกลุ่มโดยรวมทุกมิติ เช่น การวิเคราะห์ ANOVA จะบอกแต่เพียงว่าตัวแปรตามตัวเดียวมีความแตกต่างระหว่างกลุ่มตัวอย่าง ส่วน MANOVA จะรวมสารสนเทศเกี่ยวกับผลการวัดในทุก ๆ ตัวแปร และบอกเราเกี่ยวกับกลุ่มตัวอย่างที่มีความแตกต่างกันโดยรวมในทุกตัวแปร นี่คือเหตุผลว่าทำไมการวิเคราะห์ MANOVA ในครั้งเดียวจึงดีกว่าการวิเคราะห์ ANOVA หลายครั้ง

ข้อตกลงเบื้องต้นของ MANOVA

MANOVA มีข้อตกลงเบื้องต้นคล้ายกับ ANOVA แต่ขยายเพิ่มในกรณีตัวแปรตามหลายตัว ดังนี้

1. ความเป็นอิสระ ค่าที่สังเกตได้ควรเป็นอิสระกันทางสถิติ

2. การสุ่มตัวอย่าง ข้อมูลควรมาจากกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากรที่สนใจศึกษาและวัดข้อมูลในระดับช่วง (interval scale) ขึ้นไป

3. Multivariate normality ใน ANOVA เราจะสมมติว่าตัวแปรตามของเรามีการแจกแจงปกติภายในแต่ละกลุ่ม ในกรณีของ MANOVA เราจะสมมติว่าตัวแปรตามมีการแจกแจงปกติของทุกตัวแปรในแต่ละกลุ่ม

4. ความเป็นเอกพันธ์ของเมตริกความแปรปรวนร่วม ใน ANOVA มีข้อตกลงเกี่ยวกับความแปรปรวนในแต่ละกลุ่มเป็นเอกพันธ์กัน ใน MANOVA เราต้องสมมติว่าตัวแปรตามแต่ละตัวมีความเป็นเอกพันธ์กันในแต่ละกลุ่ม ข้อตกลงเบื้องต้นนี้ ตรวจสอบโดยการทดสอบความเท่ากันของเมตริกความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมของประชากร

การตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้น

โดยมากข้อตกลงเบื้องต้นสามารถตรวจสอบได้ด้วยวิธีการเดียวกันกับ ANOVA มีข้อตกลงเบื้องต้นที่เพิ่มขึ้นมาคือ การแจกแจงพหุตัวแปรเป็นโค้งปกติ และความเป็นเอกพันธ์ของเมตริกความแปรปรวนร่วมที่ต้องการกระบวนการตรวจสอบที่แตกต่างกัน ข้อตกลงเบื้องต้นการเป็นโค้งปกติของพหุตัวแปร ไม่สามารถทดสอบได้ด้วย SPSS และมีเฉพาะการตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นของการเป็นโค้งปกติของตัวแปรเดียว โดยวิเคราะห์ตัวแปรตามทีละตัว ซึ่งง่ายที่จะใช้และมีประโยชน์ เพราะการเป็นโค้งปกติของตัวแปรเดียวเป็นเงื่อนไขการเป็นโค้งปกติของพหุตัวแปร) แต่ไม่รับประกันว่าจะ Multivariate Normality ดังนั้น กระบวนการนี้ดีที่สุดที่เราสามารถทำได้

ข้อตกลงเบื้องต้นของการเท่ากันของเมตริกความแปรปรวนร่วม ข้อตกลงเบื้องต้นนี้ง่ายในการตรวจสอบด้วยการทดสอบของลาเวน หากการทดสอบลาเวนไม่มีนัยสำคัญสำหรับตัวแปรตามแต่ละตัว อย่างไรก็ตาม กรณีตัวแปรตามหลายตัว ควรจะเปรียบเทียบระหว่างกลุ่มโดยใช้ Box's M test การทดสอบนี้ควรจะไม่มีนัยสำคัญ

สถิติทดสอบ

Olson และ Stevens ได้ศึกษาอำนาจการทดสอบของสถิติ MANOVA ทั้ง 4 ตัวในการประเมินความมีนัยสำคัญของความแตกต่างระหว่างกลุ่ม ซึ่งประกอบด้วย

1. Pillai -Bartlett Trace (V)

สถิตินี้แสดงดังสมการ

$$V = \sum_{i=1}^{s} \frac{\lambda_i}{1+\lambda_i}$$

สัญลักษณ์ λ จะเป็นค่าไอเกนสำหรับตัวแปรจำแนกประเภทแต่ละตัว และ s จะเป็นจำนวนตัวแปร สูตรนี้ผลรวมของสัดส่วนของความแปรปรวนอธิบายบนฟังก์ชันการจำแนก

2. Hotelling's T^2

เป็นสูตรของ Hotelling - Lawlet trace เป็นผลรวมของค่าไอเกนสำหรับแต่ละตัวแปร

$$T = \sum_{i=1}^{s} \lambda_i$$

3. Wilks's Lambda (λ)

แลมด้าของ Wilks's จะเป็นผลผลิตของความแปรปรวนที่ไม่สามารถอธิบายได้ ในแต่ละตัวแปร สัญลักษณ์ $\prod$ หมายถึงผลคูณ แลมด้าของ Wild's จะแสดงอัตราส่วนของความแปรปรวนคลาดเคลื่อนกับความแปรปรวนรวม (SS_R/SS_T) สำหรับแต่ละตัวแปร

$$\Lambda = \prod_{i=1}^{s} \frac{1}{1+\lambda_i}$$

4. Roy's Largest Root

สถิตินี้ ง่ายมาก ค่าไอเกนสำหรับตัวแปรแรกเป็นค่าที่มากที่สุด ดังนั้นในกรณีนี้จะคล้ายกับ Hotelling-Lawley trace แต่สำหรับตัวแปรแรกเท่านั้น

$$\text{Largest root} = \lambda_{\text{largest}}$$

การเลือกสถิติทดสอบ

Olson สังเกตว่า สำหรับขนาดกลุ่มตัวอย่างน้อย ๆ สถิติทั้ง 4 จะมีความแตกต่างกันน้อย ในเทอมของอำนาจการทดสอบ ถ้าขนาดของกลุ่มตัวอย่างแตกต่างกันในตัวแปรตามตัวเดียว สถิติ Roy จะเสริมอำนาจการทดสอบที่มากกว่า (เพราะจะใช้เฉพาะตัวแปรตัวแรก) ตามด้วย Hotelling, Wilk's และ Pillai อย่างไรก็ตาม เมื่อขนาดของกลุ่มตัวอย่างแตกต่างกันในตัวแปรตามมากกว่า 1 ตัวแปร ลำดับของอำนาจการทดสอบจะกลับกันคือ Pillai มีอำนาจการทดสอบมากที่สุด Wilk's, Hotelling และ Roy มีอำนาจน้อยที่สุด ประเด็นสุดท้ายเกี่ยวข้องกับอำนาจการทดสอบของขนาดกลุ่มตัวอย่างและจำนวนของตัวแปรตาม Steven แนะนำว่า ถ้าตัวแปรตามน้อย ๆ (น้อยกว่า 10 ตัวแปร) กลุ่มตัวอย่างควรมีขนาดใหญ่

ในเทอมของความแกร่ง (robustness) สถิติทดสอบทั้ง 4 ตัว จะเกี่ยวข้องกับความแกร่งในการละเมิดข้อตกลงเบื้องต้นของการแจกแจงปกติพหุตัวแปร ในการศึกษาของ Olson และ Steven สรุปว่า เมื่อขนาดกลุ่มตัวอย่างเท่ากัน Pillai-Bartlett จะแข็งแกร่งมากในการละเมิดข้อตกลงเบื้องต้น การตรวจสอบข้อตกลงของเมตริกความแปรปรวนร่วมที่เป็นเอกพันธ์จะใช้ Box's test ถ้าการทดสอบนั้นไม่มีนัยสำคัญ ข้อตกลงเบื้องต้นการแจกแจงปกติพหุตัวแปรจะเป็นจริง

ตัวอย่าง 14.1

สมมติว่าสนใจจะศึกษาอิทธิพลของการบำบัดพฤติกรรมทางสมอง (cognitive behaviour therapy) กับพฤติกรรมความวิตกกังวล ซึ่งเราจะเปรียบเทียบกลุ่มที่มีความวิตกกังวลหลังจากที่ได้รับการบำบัดพฤติกรรมทางสมอง (CBT : cognitive behavior therapy) และหลังจากบำบัดพฤติกรรม (behavior therapy : BT) กับกลุ่มที่ยังมีความวิตกกังวลใจ (ไม่ได้รับการบำบัด : กลุ่มควบคุม (NT)) ซึ่งนักจิตวิทยาจะศึกษาตัวแปรในเรื่องของพฤติกรรมและระดับสติปัญญาโดยการสังเกตพฤติกรรมที่

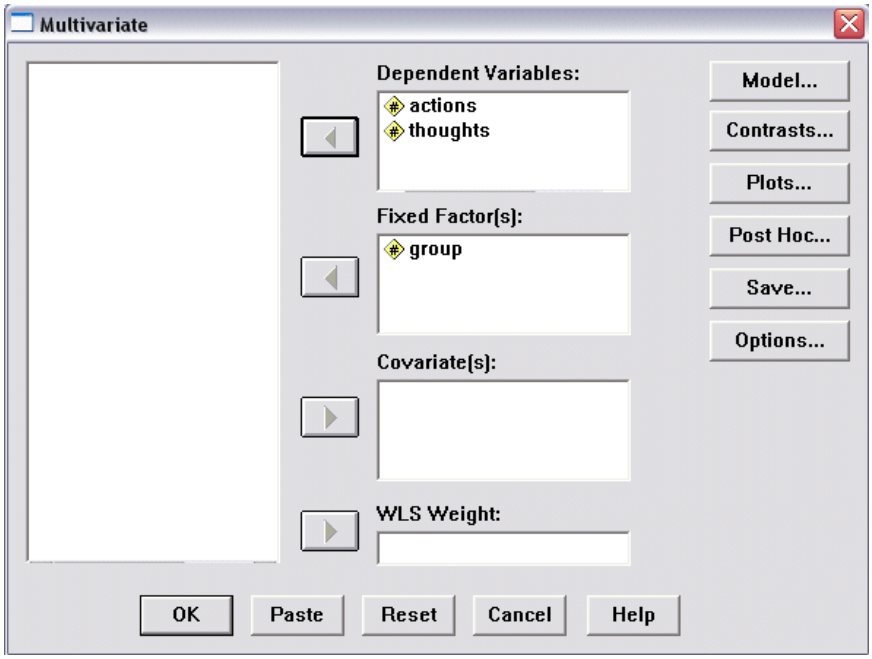
แสดงออก (Action) และความสามารถทางการคิด (Thoughts) โดยตัวแปรตามนี้จะวัดในครั้งเดียวและนำเสนอผลดังตารางต่อไปนี้

กลุ่ม	Actions			Thoughts		
	CBT	BT	NT	CBT	BT	NT
	5	4	4	14	14	13
	5	4	5	11	15	15
	4	1	5	16	13	14
	4	1	4	13	14	14
	5	4	6	12	15	13
	3	6	4	14	19	20
	7	5	7	12	13	13
	6	5	4	15	18	16
	6	2	6	16	14	14
	4	5	5	11	17	18

การวิเคราะห์ MANOVA ด้วย SPSS

ใช้ข้อมูลในตาราง 1 เพื่อวิเคราะห์ โดยการป้อนข้อมูล ที่ประกอบไปด้วยตัวแปร 3 ตัวคือ group, actions และ thoughts โดย group ประกอบไปด้วย 3 กลุ่มคือ 1 = CBT, 2 = BT และ 3 = NT และตัวแปรตาม 2 ตัวแปร actions และ thoughts

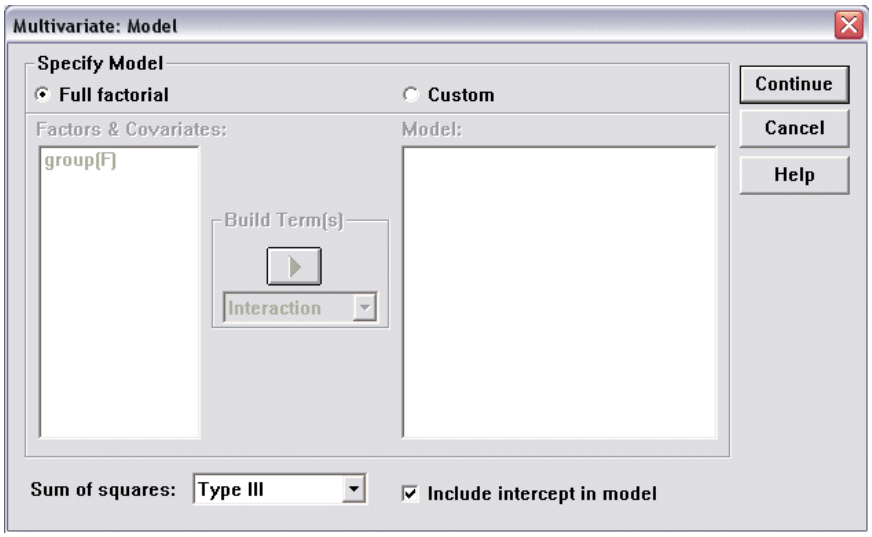
ใช้เมนู Analyze เมนูรอง General Linear Model.. และเมนูย่อย Multivariate จะเกิดหน้าต่าง “Multivariate” ให้คลิกตัวแปรตามทั้ง 2 ตัว ในที่นี้คือ actions และ thoughts ย้ายไปไว้ในช่อง “Dependent Variables:” และคลิกตัวแปรอิสระในที่นี้คือ group ไปไว้ในช่อง “Fixed Factor(s):” ดังภาพประกอบ 14.1



ภาพประกอบ 14.1

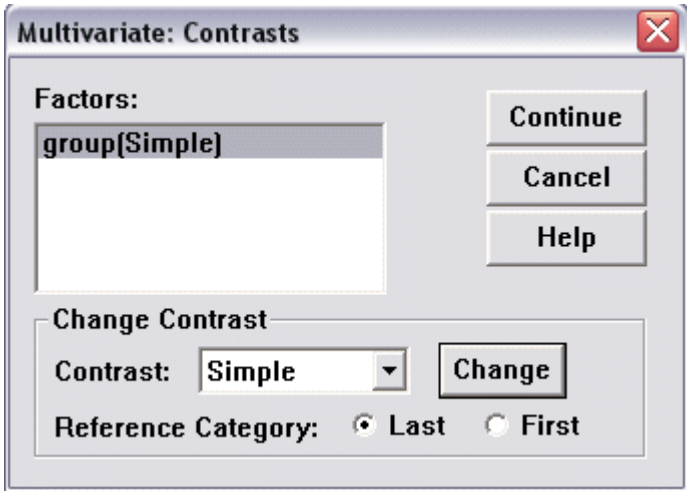
สังเกตในช่อง Covariate(s): สำหรับใส่ตัวแปรร่วม ทำนองเดียวกับการวิเคราะห์ ANCOVA เพียงแต่กรณีที่มีตัวแปรตามหลายตัวจะเรียกว่า MANCOVA นอกจากนี้ยังมีปุ่มทางขวามือให้เลือกคลิกได้อีกดังนี้

ปุ่ม Model สำหรับเลือกชนิดของ sums of squares ที่ต้องการวิเคราะห์ แสดงดังภาพประกอบ 14.2



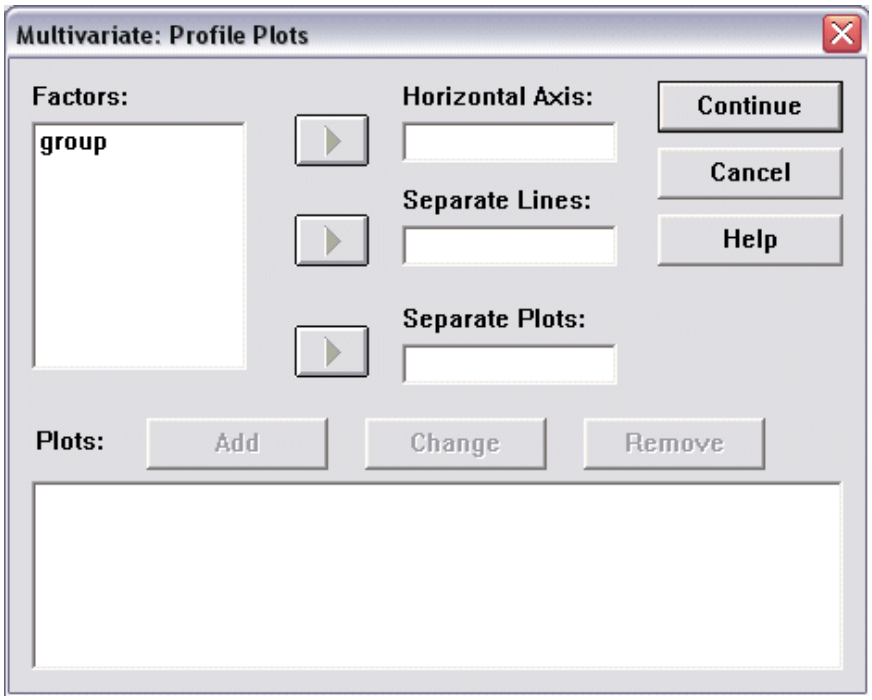
ภาพประกอบ 14.2

ปุ่ม Contrasts ใช้ในการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างกลุ่ม โดยชนิดของการ contrasts นั้น ถ้าเลือก simple และคลิกปุ่ม Change จะเป็นการเปรียบเทียบเป็นรายคู่ระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม โดยกลุ่มควบคุมนั้น จะต้องถูกลงรหัสไว้เป็นค่ารหัสสุดท้ายของตัวแปร (Reference Category : Last) หรือลงเป็นรหัสค่าแรก (Reference Category : First) ดังภาพประกอบ 14.3



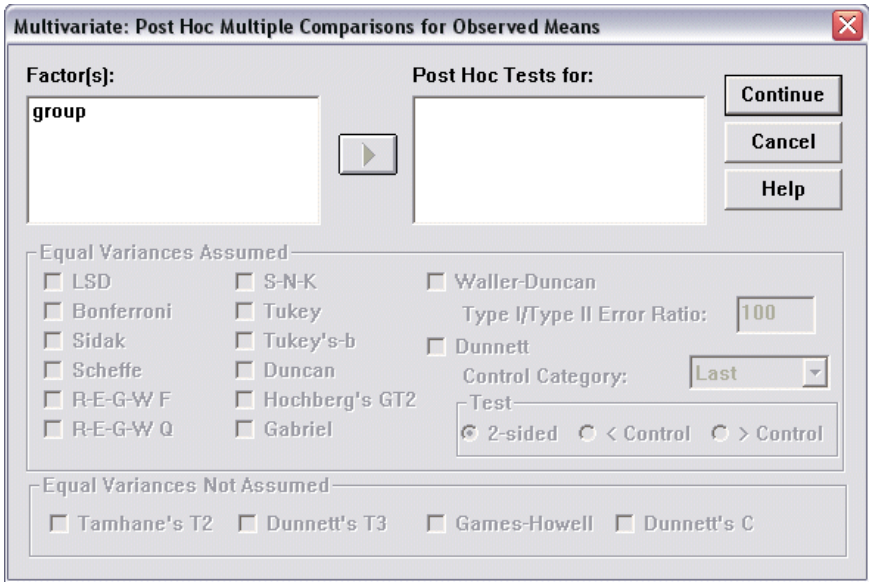
ภาพประกอบ 14.3

ปุ่ม Plots สำหรับเลือกสร้างกราฟแสดงปฏิสัมพันธ์ จะเป็นประโยชน์เมื่อมีการศึกษากับตัวแปรอิสระมากกว่า 2 ตัวแปร ดังภาพประกอบ 14.4



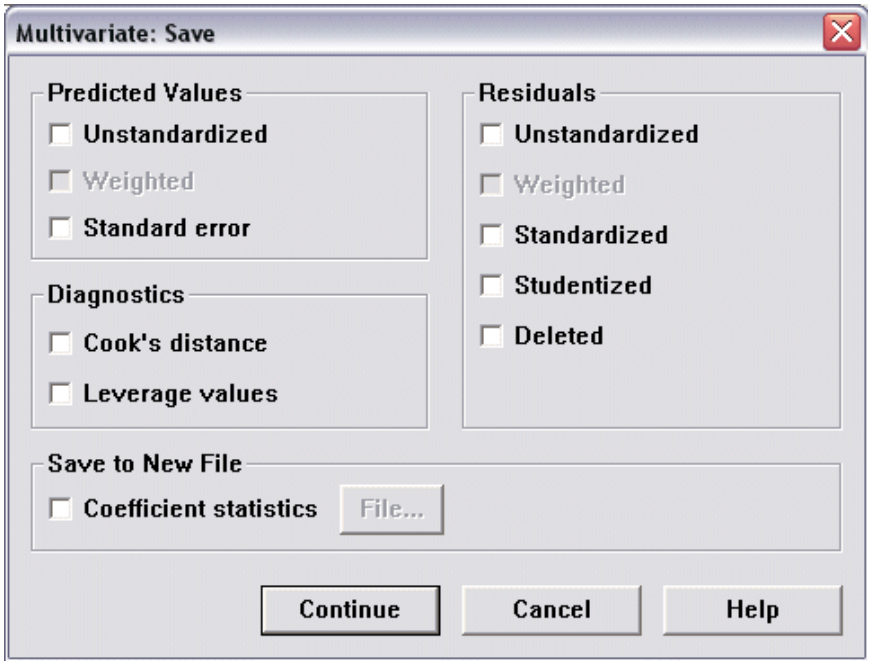
ภาพประกอบ 14.4

ปุ่ม Post Hoc เป็นอีกปุ่มหนึ่งที่สามารถใช้แทน Contrasts ได้ โดยใช้การทดสอบ Post Hoc เป็นการเปรียบเทียบกลุ่มแต่ละกลุ่มในตัวแปรอิสระกับทุกกลุ่มรวมกัน ดังภาพประกอบ 14.5



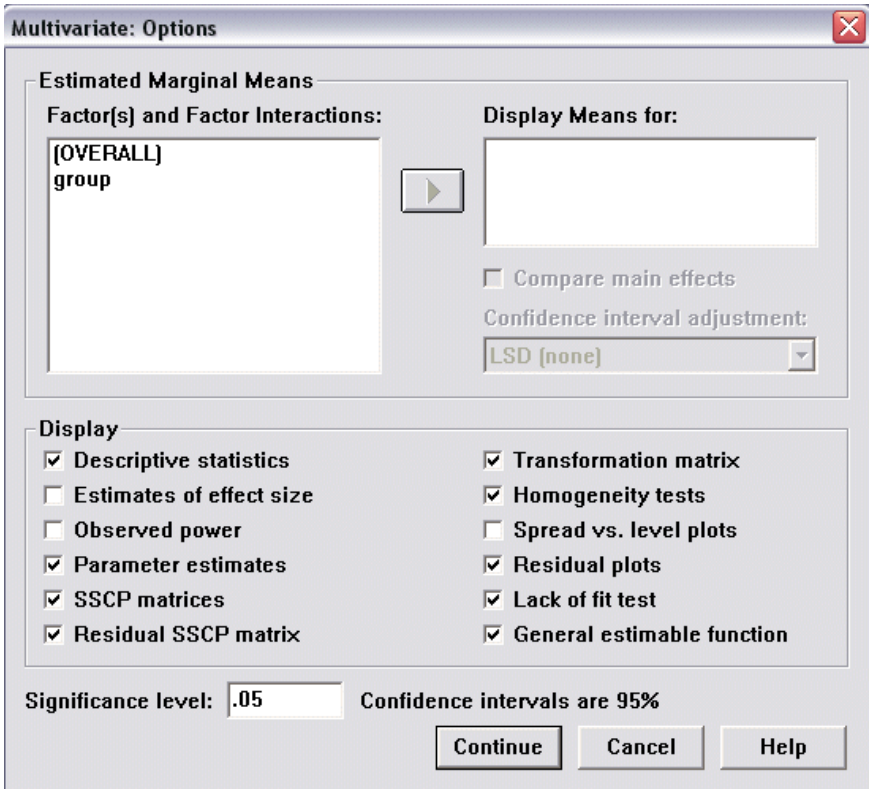
ภาพประกอบ 14.5

ปุ่ม Save เป็นปุ่มที่ให้แสดงความคลาดเคลื่อน โดยจะเป็นประโยชน์ในการตรวจสอบว่าโมเดลสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์หรือไม่ ดังภาพประกอบ 14.6



ภาพประกอบ 14.6

ปุ่ม Options เป็นปุ่มที่ให้เลือกคำนวณค่าสถิติพื้นฐาน และเมตริกที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ MANOVA เช่น การคำนวณค่าสถิติพื้นฐาน, เมตริก SSCP, เมตริก Residual SSSCP การทดสอบความเป็นเอกพันธ์ของกลุ่มตัวอย่าง เป็นต้น ดังภาพประกอบ 14.7



ภาพประกอบ 14.7

Descriptive Statistics

	GROUP	Mean	Std. Deviation	N
ACTIONS	CBT	4.9000	1.19722	10
	BT	3.7000	1.76698	10
	NT	5.0000	1.05409	10
	Total	4.5333	1.45586	30
THOUGHTS	CBT	13.4000	1.89737	10
	BT	15.2000	2.09762	10
	NT	15.0000	2.35702	10
	Total	14.5333	2.20866	30

ภาพประกอบ 14.8

ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วย SPSS for Windows

ในภาพประกอบ 14.8 จะแสดงผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ จะแสดงสถิติพื้นฐานของตัวแปรแต่ละตัว นั้นเป็นผลเนื่องมาจากการเลือกวิเคราะห์ Descriptive statistics ด้วยปุ่ม Options โดยจะแสดงค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานแยกในแต่ละตัวแปรตาม

Box's Test of Equality of Covariance Matrices(a)

Box's M	9.959
F	1.482
df1	6
df2	18168.92
	3
Sig.	.180

Tests the null hypothesis that the observed covariance matrices of the dependent variables are equal across groups.

a Design: Intercept+GROUP

Bartlett's Test of Sphericity(a)

Likelihood Ratio	.042
Approx. Chi-Square	5.511
df	2
Sig.	.064

Tests the null hypothesis that the residual covariance matrix is proportional to an identity matrix.

a Design: Intercept+GROUP

ภาพประกอบ 14.9

ในภาพประกอบ 14.9 จะแสดงผลการวิเคราะห์สถิติ Box's test ในการทดสอบข้อตกลงเบื้องต้นของความเท่ากันในเมตริกความแปรปรวนร่วม สถิติทดสอบนี้จะมีสมมติฐานศูนย์ว่า เมตริกความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมจะมีความเท่ากันในทุกกลุ่ม ดังนั้นถ้าเมตริกของทั้ง 3 กลุ่มมีความเท่ากันแล้ว สถิติควรจะไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ในข้อมูลของเรานี้ p = 0.18 มากกว่า 0.05 แสดงว่าผลการทดสอบสถิตินี้ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ นั้นคือเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นของความเท่ากันในเมตริกความแปรปรวนร่วม

ถ้าการทดสอบ Box's test มีนัยสำคัญ ($p < 0.05$) แล้ว เมตริกความแปรปรวนร่วมของแต่ละกลุ่มแตกต่างกัน และข้อตกลงของความเป็นเอกพันธ์ของเมตริกความแปรปรวนร่วมจะถูกละเมิด ผลของการละเมิดข้อตกลงเบื้องต้นนี้ยังไม่ชัดเจน Hakstian et al (1979) ได้รายงานว่า Hotelling's T^2 จะมีความแกร่งในการทดสอบความแตกต่างระหว่าง 2 กลุ่มเมื่อขนาดของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มเท่ากัน กฎหัวแม่โป้ง (Rule of Thumb)โดยทั่วไป ถ้าขนาดกลุ่มตัวอย่างเท่ากันแล้วจะไม่สนใจการทดสอบ Box's test เพราะจะมีความไม่คงที่สูง และสถิติทดสอบ Hotelling's และ Pillai's มีความแกร่ง อย่างไรก็ตามถ้าขนาดของกลุ่มแตกต่างกันแล้วก็ไม่สามารถสมมติได้ว่าสถิติทั้งสองตัวนั้นจะมีความแกร่ง เมื่อมีการศึกษากับตัวแปรตามหลาย ๆ ตัว และมีความแตกต่างกันมากในขนาดของกลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มจะมีความบิดเบือนในค่าของความน่าจะเป็นในการวิเคราะห์ด้วย SPSS Tabachnick และ Fidell (1996) ได้แนะนำว่า ถ้าขนาดของกลุ่มตัวอย่างใหญ่มาก และมีความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมมากแล้วน่าจะมีความเป็นเอกพันธ์ของเมตริกความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วม อย่างไรก็ตาม ถ้ามีขนาดกลุ่มตัวอย่างน้อย ผลของความแปรปรวนและความแปรปรวนมีมากแล้ว Box's test จำเป็นสำหรับการตรวจสอบ

การทดสอบบาร์เล็ท (Bartlett's test) จะเป็นการทดสอบข้อตกลงเบื้องต้นของความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวน ซึ่งการวิเคราะห์ MANOVA จะไม่จำเป็นต้องใช้

สถิติทดสอบในการวิเคราะห์ MANOVA

ในผลลัพธ์ดังภาพประกอบ 10 จะแสดงตารางหลักของผลการวิเคราะห์ MANOVA สถิติทดสอบจะแสดงผลการทดสอบจุดตัด (Intercept) ของโมเดล และสำหรับความแตกต่างระหว่างกลุ่ม (Group) ในจุดมุ่งหมายของตัวอย่างนี้ กลุ่มมีอิทธิพลที่สนใจเพราะว่าการบำบัดจะมีอิทธิพลต่อกลุ่ม OCD สังเกตสถิติทดสอบทั้ง 4 ตัว จะแสดงค่าของสถิติในสดมภ์ Value และสถิติทดสอบ F-test ที่มีองศาแห่งความเป็นอิสระ (df) คือ 2 ระดับนัยสำคัญแสดงในสดมภ์ Sig. สถิติ Pillai's trace มีค่า $p = 0.049$ Wils's lambda มีค่า $p = 0.05$ และ Roy's largest root มีค่า $p = 0.02$ ซึ่งทั้งหมดมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 อย่างไรก็ตาม Hotelling's Trace ($p = 0.051$) ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ในสถานการณ์นี้น่าสนใจ เพราะว่าสถิติทดสอบที่เราเลือกในการกำหนดนั้น เราจะปฏิเสธสมมติฐานศูนย์ และยอมรับสมมติฐานอื่น ที่มีความแตกต่างระหว่างกลุ่ม อย่างไรก็ตามเรารู้เกี่ยวกับความแกร่งของ Pillai's trace เมื่อขนาดของกลุ่มตัวอย่างเท่ากัน ความน่าเชื่อถือได้เกี่ยวกับผลของสถิติทดสอบบ่งชี้ถึงความมีนัยสำคัญและช่วยเพิ่มอำนาจการทดสอบให้กับ Roy's root (สังเกตว่าสถิตินี้จะมีนัยสำคัญสูงที่สุดกว่าสถิติตัวอื่น ๆ) เมื่อการทดสอบเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น

จากผลนี้เราควรจะสรุปว่า ชนิดของการบำบัดจะมีอิทธิพลต่อกลุ่ม OCD อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ธรรมชาติของอิทธิพลนี้ยังไม่ชัดเจนจากการใช้สถิติทดสอบ MANOVA ประการแรก ไม่บอกเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างกลุ่ม และประการที่สอง ไม่บอกเกี่ยวกับผลของการบำบัดที่มีอิทธิพลต่อ Thoughts หรือ Action หรือทั้งสองอย่าง การกำหนดธรรมชาติของอิทธิพลนี้ SPSS สามารถวิเคราะห์ต่อไปถึงการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบตัวแปรเดียว

Multivariate Tests(c)

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.
Intercept	Pillai's Trace	.983	745.230(a)	2.000	26.000	.000
	Wilks' Lambda	.017	745.230(a)	2.000	26.000	.000
	Hotelling's Trace	57.325	745.230(a)	2.000	26.000	.000
	Roy's Largest Root	57.325	745.230(a)	2.000	26.000	.000
GROUP	Pillai's Trace	.318	2.557	4.000	54.000	.049
	Wilks' Lambda	.699	2.555(a)	4.000	52.000	.050
	Hotelling's Trace	.407	2.546	4.000	50.000	.051
	Roy's Largest Root	.335	4.520(b)	2.000	27.000	.020

a Exact statistic

b The statistic is an upper bound on F that yields a lower bound on the significance level.

c Design: Intercept+GROUP

ภาพประกอบ 14.10

สถิติการทดสอบตัวแปรเดียว

ในภาพประกอบ 14.11 จะแสดงตารางสรุปการทดสอบของลาเวน (Levene's test) เป็นการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนสำหรับตัวแปรตามแต่ละตัว การทดสอบนี้จะเหมือนกับการวิเคราะห์ใน ANOVA การทดสอบลาเวนควรจะไม่มีนัยสำคัญทางสถิติสำหรับทุกตัวแปรตาม ถ้าข้อตกลงเบื้องต้นของความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวนเป็นจริง ผลการวิเคราะห์จะชัดเจนว่าเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น สิ่งเหล่านี้นี้จะไม่เฉพาะให้เราเชื่อมั่นได้ในความเชื่อมั่นของการทดสอบตัวแปรตามทีละตัว แต่ยังเป็นการยืนยันว่าการทดสอบทางสถิติด้วย MANOVA มีความแกร่ง

ในส่วนถัดไปจะเป็นผลของตาราง ANOVA สำหรับตัวแปรตามแต่ละตัว เราสนใจในแนวแถวที่มีชื่อว่า Group ซึ่งเป็นตารางสรุปผลการวิเคราะห์ ANOVA ในตัวแปรตามแต่ละตัว ค่าที่ได้จะเป็น sums of squares ทั้งคู่ของ actions และ thoughts (เป็นค่าของ SS_M ที่คำนวณได้) ในแถวของ Error จะเป็นข้อมูลเกี่ยวกับ sums of squares ของความคลาดเคลื่อน และ mean squares สำหรับตัวแปร

ตามแต่ละตัว ค่าของ SS_R ดังที่คำนวณไปแล้วในหัวข้อข้างต้น และในแถวที่ชื่อว่า Corrected Total จะเป็นค่าของ sums of squares ผลรวม สำหรับตัวแปรตามแต่ละตัว (ค่านี้คือ SS_T) ส่วนที่สำคัญในตารางนี้คือสดมภ์ของ F และ Sig. ซึ่งเป็นอัตราส่วน F ของการทดสอบ ANOVA ตัวแปรตามทีละตัว ซึ่งจะชัดเจนว่า ANOVA ในผลลัพธ์จาก SPSS ตรงกับค่าที่คำนวณไว้ก่อนหน้านี้ ค่า p ในผลลัพธ์ของภาพประกอบ 11 จะแสดงถึงความไม่แตกต่างระหว่างกลุ่มที่ได้รับการบำบัดทั้งตัวแปร thought (p = 0.136 และ action (p = 0.08) ผลที่ได้จะนำเราไปสู่การสรุปว่า ชนิดของการบำบัดจะไม่มีอิทธิพลต่อระดับของ OCD ของผู้ป่วย สังเกตในตัวอย่างนี้ สถิติในการวิเคราะห์ MANOVA สรุปว่าการบำบัดมีอิทธิพลอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติกับ OCD ทำไมถึงเกิดความขัดแย้งนี้

เหตุผลสำหรับความขัดแย้งของตัวอย่างนี้ การทดสอบ MANOVA จะอธิบายสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามและความสัมพันธ์นี้จะมีอำนาจในการค้นหาความแตกต่างระหว่างกลุ่ม แน่นอนว่าการทดสอบตัวแปรเดียวจะไม่มีประโยชน์ในการแปลความหมาย เพราะกลุ่มที่แตกต่างกันเกิดจากการรวมความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามเข้าไว้ด้วย ความเกี่ยวข้องกันของตัวแปรตามนี้จะนำพาไปสู่การวิเคราะห์ฟังก์ชันการจำแนกกลุ่ม ซึ่งจะอธิบายต่อไป

Levene's Test of Equality of Error Variances(a)

	F	df1	df2	Sig.
ACTIONS	1.828	2	27	.180
THOUGHTS	.076	2	27	.927

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a Design: Intercept+GROUP

Tests of Between-Subjects Effects

Source	Dependent Variable	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	ACTIONS	10.467(a)	2	5.233	2.771	.080
	THOUGHTS	19.467(b)	2	9.733	2.154	.136
Intercept	ACTIONS	616.533	1	616.533	326.400	.000
	THOUGHTS	6336.533	1	6336.533	1402.348	.000
GROUP	ACTIONS	10.467	2	5.233	2.771	.080
	THOUGHTS	19.467	2	9.733	2.154	.136
Error	ACTIONS	51.000	27	1.889		
	THOUGHTS	122.000	27	4.519		
Total	ACTIONS	678.000	30			
	THOUGHTS	6478.000	30			
Corrected Total	ACTIONS	61.467	29			
	THOUGHTS	141.467	29			

a R Squared = .170 (Adjusted R Squared = .109)

b R Squared = .138 (Adjusted R Squared = .074)

ภาพประกอบ 14.11

เมตริก SSCP

ถ้าเลือก options ในการแสดงเมตริก SSCP โปรแกรม SPSS จะแสดงผลลัพธ์ใน ภาพประกอบ 14.12 และ 14.13 ในภาพประกอบ 14.11 นั้นจะแสดงโมเดล SSCP (H) ซึ่งจะเรียกว่า Hypothesis Group และ SSCP ความคลาดเคลื่อน (E) ซึ่งจะเรียกว่า Error เมตริกสำหรับจุดตัด (Intercept) จะแสดงด้วย แต่เมตริกนี้ไม่มีความสำคัญสำหรับวัตถุประสงค์ในการวิเคราะห์ ดัง ภาพประกอบ 12 เมตริกนี้มีประโยชน์ ในการค้นหาค่าของ cross-products ที่เป็นตัวบ่งชี้ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตาม ผลการวิเคราะห์แนะนำว่าถ้า MANOVA มีนัยสำคัญแล้ว อาจจะมีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามซึ่งมีความสำคัญมากกว่าการวิเคราะห์ตัวแปรตามเป็นรายตัว

Between-Subjects SSCP Matrix

			ACTIONS	THOUGHTS
Hypothesis	Intercept	ACTIONS	616.533	1976.533
		THOUGHTS	1976.533	6336.533
	GROUP	ACTIONS	10.467	-7.533
		THOUGHTS	-7.533	19.467
Error		ACTIONS	51.000	13.000
		THOUGHTS	13.000	122.000

Based on Type III Sum of Squares

ภาพประกอบ 14.12

ในภาพประกอบ 14.13 จะแสดงเมตริก SSCP ความคลาดเคลื่อนอีกครั้ง แต่ครั้งนี้จะเป็นการรวมเมตริกความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วม และเมตริกสหสัมพันธ์เอาไว้ด้วย เมตริกทั้งหมดสัมพันธ์กัน หากจำได้ว่าเมตริกความแปรปรวนร่วมสามารถคำนวณได้โดยการหาร cross-product ด้วยจำนวนของค่าสังเกต ทำนองเดียวกัน ความแปรปรวนถูกคำนวณโดยการหาร sums of squares ด้วย degrees of freedom ในเมตริกความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมที่นำเสนอเป็นค่าเฉลี่ยจากเมตริก SSCP ท้ายที่สุดเราจะเห็นว่า สหสัมพันธ์ในรูปของค่ามาตรฐานของความแปรปรวนร่วม และเมตริกสหสัมพันธ์ จะแสดงในรูปของค่ามาตรฐานจากเมตริกความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วม กับเมตริก SSCP เมตริกอื่น ๆ มีประโยชน์สำหรับการประเมินความคลาดเคลื่อนในโมเดล เมตริกความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมจะมีประโยชน์เฉพาะ เพราะว่าการทดสอบบาร์เลท (Bartlett's test) อยู่บนพื้นฐานของเมตริกนี้ การทดสอบบาร์เลทจะเป็นการตรวจสอบเมตริกว่ามีลักษณะเป็นเมตริกเอกลักษณ์หรือไม่ ซึ่งเมตริกเอกลักษณ์จะเป็นเมตรกที่ค่าในแนวทแยงเป็น 1 และนอกแนวทแยงมีค่าเป็น 0 ดังนั้น การทดสอบบาร์เลทจะบอกถึงสมาชิกในแนวทแยงของเมตริกความแปรปรวนและความแปรรปวนร่วมเท่ากัน (เช่น ความแปรปรวนของกลุ่มเหมือนกัน) และนอกแนวทแยงจะมีสมาชิกประมาณค่าเป็น 0 (เช่น ตัวแปรตามไม่มีความสัมพันธ์กัน) ในกรณีนี้ ความแปรปรวนมีความแตกต่างกัน (1.89 จนถึง 4.52) และความแปรปรวนร่วมมีความแตกต่างจาก 0 (0.48) และการทดสอบบาร์เลทจะเข้าใกล้นัยสำคัญ แม้ว่าการอธิบายนี้จะไม่สนใจการทดสอบ MANOVA แต่ก็หวังว่าจะเป็นการขยายให้เห็นถึงแนวคิดของการทดสอบที่เกิดขึ้น

Residual SSCP Matrix

		ACTIONS	THOUGHTS
Sum-of-Squares and Cross-Products	ACTIONS	51.000	13.000
	THOUGHTS	13.000	122.000
Covariance	ACTIONS	1.889	.481
	THOUGHTS	.481	4.519
Correlation	ACTIONS	1.000	.165
	THOUGHTS	.165	1.000

Based on Type III Sum of Squares

ภาพประกอบ 14.13

Contrasts

จากที่เลือกการวิเคราะห์ contrasts แบบ Simple เอาไว้เป็นการเปรียบเทียบกลุ่มบำบัดทั้ง 2 กลุ่มกับกลุ่มควบคุม ผลลัพธ์จากโปรแกรม SPSS แสดงดังภาพประกอบ 14 จะแสดงผลของการ Contrasts ตารางจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน มีชื่อว่า Level 1 vs. Level 3 และ Level 2 vs. Level 3 เมื่อการลงรหัสเป็นไปตามที่ได้กำหนดไว้ (เช่น ค่า 1 และ 2 เป็นรหัสของกลุ่มทดลอง และค่า 3 เป็นรหัสของกลุ่มควบคุม) นั่นคือจะเป็นผลการ Contrasts ระหว่างกลุ่ม CBT กับ NT และ BT กับ NT ตามลำดับ ผลของการ Contrasts จะแสดงของตัวแปรตามแต่ละตัวแยกกัน ค่าที่แสดงในตารางสำหรับการประมาณค่า Contrasts (Contrasts Estimate) และค่าสมมติฐาน (Hypothesized Values) (ซึ่งจะมีค่า 0 เสมอเพราะเราจะทดสอบสมมติฐานศูนย์ว่ามีความแตกต่างระหว่างกลุ่มเป็นศูนย์) การประมาณค่าสังเกตว่ามีความแตกต่างกัน (Difference) แล้วถูกทดสอบความมีนัยสำคัญว่าแตกต่างจากศูนย์หรือไม่ในช่วงความเชื่อมั่นที่ 95%

สิ่งแรกที่สังเกตได้ในผลลัพธ์จาก SPSS คือจะแสดงผลของค่านัยสำคัญในการ Contrasts บอกความแตกต่างระหว่างกลุ่มว่ามีนัยสำคัญหรือไม่ หรืออาจพิจารณาจากช่วงความเชื่อมั่น ในช่วงความเชื่อมั่น 95% จะบอกถึงความแตกต่างระหว่างกลุ่มนั่นคือมี 95% ของกลุ่มตัวอย่างที่ตกอยู่ในช่วงนี้ ถ้าช่วงความเชื่อมั่นนี้คร่อมศูนย์ (ค่าต่ำสุดติดลบ ค่าสูงสุดเป็นบวก) แล้ว นั่นคือภายใน 95% ของกลุ่มตัวอย่างจะมีค่าความแตกต่างเป็นศูนย์ (ไม่มีความแตกต่างระหว่างกลุ่ม) ดังนั้นเราไม่สามารถเชื่อมั่นว่าความแตกต่างของกลุ่มมีความหมาย เพราะทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน ถ้าช่วงความเชื่อมั่นไม่คร่อมศูนย์ (เช่น ทั้งค่าต่ำสุด และค่าสูงสุด มีเครื่องหมายเป็นบวกหรือลบทั้งคู่) แล้วเราสามารถเชื่อมั่นได้ว่า จะพบความแตกต่างระหว่างกลุ่มใน 95% ของกลุ่มตัวอย่างที่มาจากประชากรเดียวกัน นั่นคือเราเชื่อได้ว่าความแตกต่างระหว่างกลุ่มยังมีอยู่ ถ้าช่วงความเชื่อมั่นรวมศูนย์เข้าไว้ด้วยแล้ว ความแตกต่างระหว่าง

กลุ่มไม่มีนัยสำคัญ ถ้าช่วงความเชื่อมั่นไม่รวมศูนย์แล้ว จะบ่งบอกถึงความแตกต่างระหว่างกลุ่มมีนัยสำคัญทางสถิติที่ $p < 0.05$

Contrast Results (K Matrix)

GROUP Simple Contrast[a]			Dependent Variable	
			ACTIONS	THOUGHTS
Level 1 vs. Level 3	Contrast Estimate		-.100	-1.600
	Hypothesized Value		0	0
	Difference (Estimate - Hypothesized)		-.100	-1.600
	Std. Error		.615	.951
	Sig.		.872	.104
	95% Confidence Interval for Difference	Lower Bound	-1.361	-3.551
		Upper Bound	1.161	.351
Level 2 vs. Level 3	Contrast Estimate		-1.300	.200
	Hypothesized Value		0	0
	Difference (Estimate - Hypothesized)		-1.300	.200
	Std. Error		.615	.951
	Sig.		.044	.835
	95% Confidence Interval for Difference	Lower Bound	-2.561	-1.751
		Upper Bound	-.039	2.151

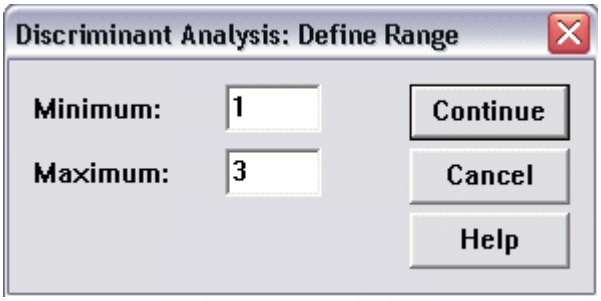
a Reference category = 3

ภาพประกอบ 14.14

MANOVA กับการวิเคราะห์จำแนกประเภท

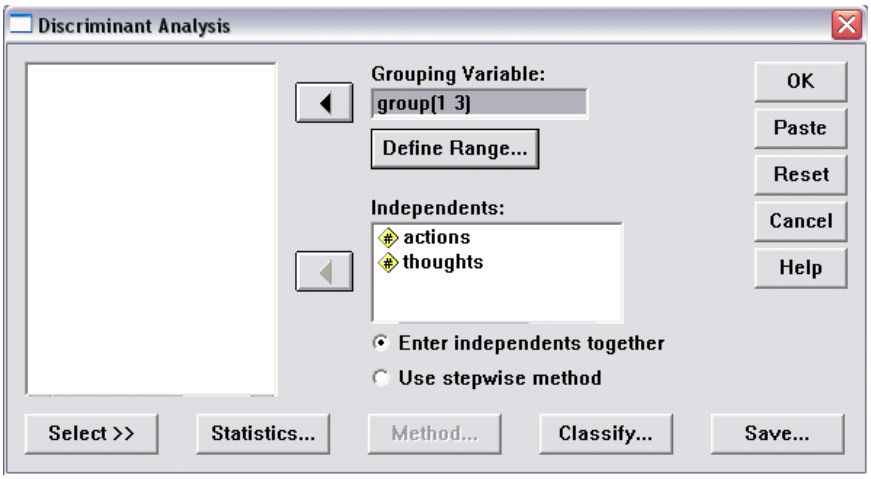
เมื่อ MANOVA มีนัยสำคัญแล้ว อาจใช้ ANOVA หรือการวิเคราะห์จำแนกประเภทวิเคราะห์ต่อ ในตัวอย่างนี้ การใช้ ANOVA ไม่มีประโยชน์ในการค้นหาความแตกต่างภายหลังการทดสอบ Multivariate เพราะมีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตาม การวิเคราะห์จำแนกประเภทเป็นวิธีที่ดีที่สุดในการใช้ภายหลังการทดสอบด้วย MANOVA

การวิเคราะห์จำแนกประเภทจะใช้เมนู Analyze เมนูรอง Classify และเมนูย่อย Discriminant จะปรากฏหน้าต่าง “Discriminant Analysis” คลิกตัวแปรพยากรณ์ไปใส่ช่อง “Independents” และตัวแปรเกณฑ์ใส่ในช่อง “Grouping Variable:” จากนั้นคลิกที่ปุ่ม “Define Variable” จะปรากฏหน้าต่าง



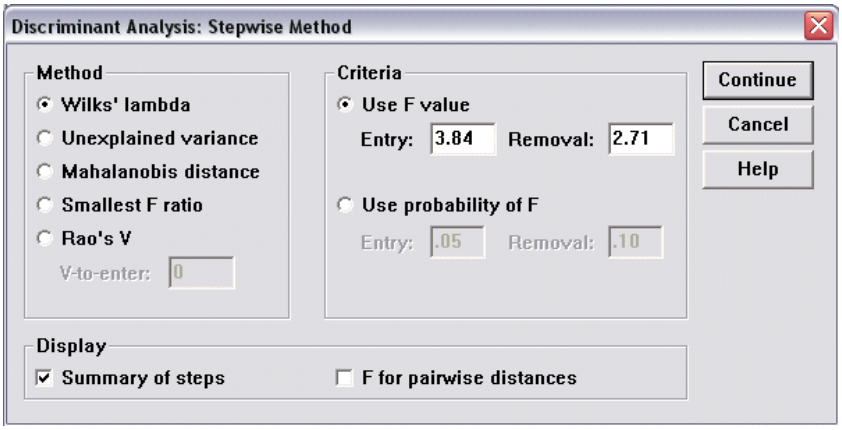
ภาพประกอบ 14.15

ให้ใส่รหัสที่ใช้ในการจัดกลุ่มจากต่ำสุดไปสูงสุด ในที่นี้ใช้รหัส 1 ถึง 3 แทนกลุ่มทั้ง 3 กลุ่ม จึงใส่ค่าต่ำสุดและสูงสุดดังภาพประกอบ 14.15 จากนั้นคลิกปุ่ม “OK” สังเกตด้านล่างของช่อง “Independent” ใช้สำหรับกำหนดวิธีการคัดเลือกตัวพยากรณ์ว่าต้องการนำเข้าทั้งหมด “Enter Independent together” ซึ่งเป็น default ของโปรแกรม จะได้ลักษณะดังภาพประกอบ 14.16

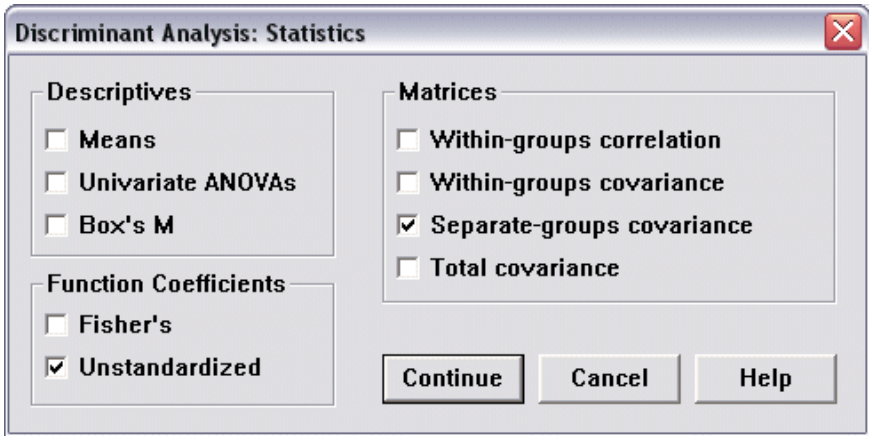


ภาพประกอบ 14.16

หรือคัดเลือกแบบขั้นตอน “Use stepwise method” ถ้าหากเลือกตัวเลือกนี้ ปุ่ม Method... จะใช้งานได้ สำหรับกำหนดเกณฑ์การนำเข้าตัวแปรพยากรณ์ ดังภาพประกอบ 14.17

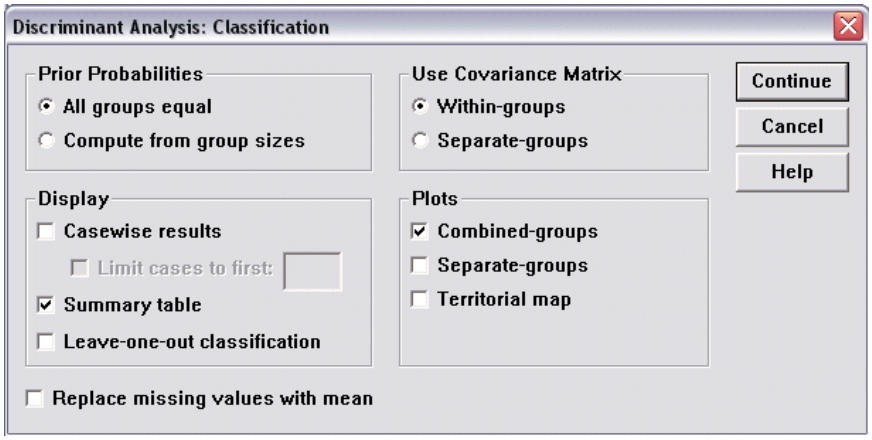


ภาพประกอบ 14.17



ภาพประกอบ 14.18

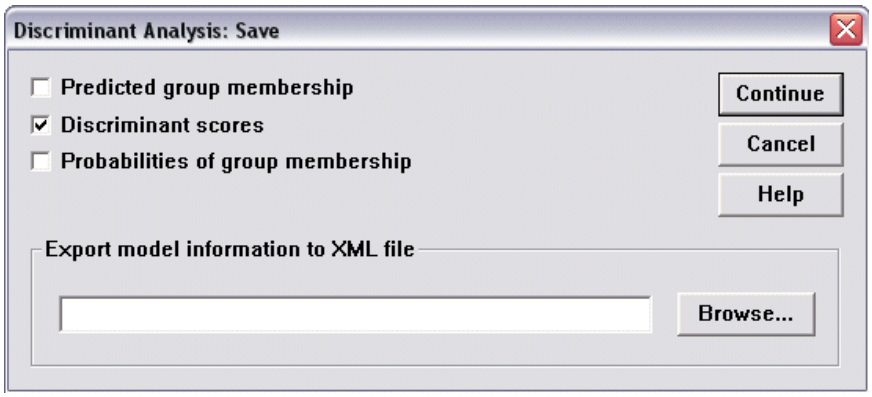
ปุ่ม Statistics... จะปรากฏดังภาพประกอบ 14.18 ซึ่งปุ่มนี้จะอนุญาตให้เราเลือกวิเคราะห์ค่าสถิติพื้นฐานของกลุ่ม Univariate ANOVA, และ Box's test ซึ่งทั้งหมดนี้มีอยู่ในการวิเคราะห์ MANOVA ยิ่งกว่านั้น ยังสามารถคำนวณค่าสหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม และเมตริกความแปรปรวนร่วม ซึ่งจะเหมือนกับสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนและเมตริกความแปรปรวนร่วม เหมือนกับการวิเคราะห์ในภาพประกอบ 13 ในตัวเลือกถัดมาเป็นการวิเคราะห์เมตริกความแปรปรวนร่วมแยกกลุ่ม ซึ่งสามารถใช้ประโยชน์ในการพิจารณาสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามของแต่ละกลุ่ม (เมตริกนี้ในการวิเคราะห์ MANOVA จะไม่แสดงผล) และสุดท้ายเราสามารถจะเลือกวิเคราะห์เมตริกความแปรปรวนร่วมรวม ซึ่งจะแสดงเมตริกความความแปรปรวนและความแปรปรวร่วมของตัวแปรตามทั้งหมด กรณีที่มีประโยชน์ก็คือในกล่องของ Function Coefficient ให้เลือกแสดงสัมประสิทธิ์ฟังก์ชันการจำแนกที่ไม่เป็นมาตรฐาน (Unstandardized) ซึ่งในตัวเลือกนี้จะแสดงค่า β_s สำหรับแต่ละตัวแปร เมื่อคลิกเลือกแล้ว ให้คลิกที่ปุ่ม Continue



ภาพประกอบ 14.19

สำหรับปุ่ม Classify... จะปรากฏดังภาพประกอบ 14.19 ในปุ่มนี้จะมีหลายตัวเลือกให้เลือกวิเคราะห์ ตัวเลือกแรกในช่อง Prior Probabilities ถ้าขนาดของกลุ่มเท่ากัน (All group equal) เป็น default ของโปรแกรม อย่างไรก็ตามถ้ากลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มไม่เท่ากันแล้ว ควรจะเลือก Compute from group sized และ default ของโปรแกรมจะเลือกวิเคราะห์เมตริกความแปรปรวนร่วมภายในกลุ่ม

(Within-groups Covariance Matrix) หรืออาจเลือกพล็อตแผนภาพโดยรวมทุกกลุ่ม (combined-groups Plots) หรืออาจพล็อตแยกกลุ่ม (Separate-groups Plots) จำนวนกราฟขึ้นอยู่กับจำนวนกลุ่ม ถ้าจำนวนกลุ่มน้อยควรจะเลือก Combined groups Plots จะดีกว่า เพราะจะแปลความหมายได้ง่ายกว่า ส่วนตัวเลือกที่มีประโยชน์ก็คือการแสดงตารางสรุปผลการวิเคราะห์ (Summary table) จะแสดงผลการใช้สมการในการจำแนกกลุ่มโดยจะแสดงผลสรุปรวมเมื่อเลือกครบทุกตัวเลือกที่ต้องการแล้วแล้ว คลิกที่ Continue สำหรับกลับไปสู่หน้าต่างหลัก



ภาพประกอบ 14.20

สำหรับปุ่มสุดท้ายคือปุ่ม Save... จะปรากฏดังภาพประกอบ 14.20 จะปรากฏ 3 ตัวเลือก สองตัวเลือกจะเกี่ยวข้องกับการทำนายความเป็นสมาชิกของกลุ่ม (Predicted group membership) และความน่าจะเป็นของการเป็นสมาชิกของกลุ่มเมื่อใช้สมการทำนาย (Probabilities of group membership) และตัวเลือกสุดท้ายที่เลือกคือการแสดงคะแนนการจำแนก (Discriminant scores) ซึ่งจะแสดงคะแนนสำหรับกลุ่มตัวอย่างแต่ละคนในแต่ละตัวแปร คะแนนสามารถใช้ประโยชน์ได้ นั่นคือสามารถแปลความหมายได้เมื่อรู้ว่าคะแนนของกลุ่มตัวอย่างแต่ละคนเป็นเท่าไหร่ในแต่ละตัวแปร

ผลลัพธ์จากการวิเคราะห์จำแนกประเภท

ผลลัพธ์จะการวิเคราะห์ข้อมูลจะแสดงเมตริกความแปรปรวนร่วมแยกสำหรับแต่ละกลุ่ม เมตริกความแปรปรวนของตัวแปรตามแต่ละตัวสำหรับแต่ละกลุ่ม (ภาพประกอบ 14.21) ค่าในตารางนี้จะมีประโยชน์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามที่เปลี่ยนไปในแต่ละกลุ่ม เช่น ในกลุ่ม CBT ตัวแปร Actions และ Thought จะไม่เห็นความสัมพันธ์เพราะความแปรปรวนร่วมเกือบเป็นศูนย์ (0.044) ในกลุ่ม BT ตัวแปร Actions และ Thought มีความสัมพันธ์เป็นบวก (2.511) ส่วนกลุ่ม NT มีความสัมพันธ์เป็นลบ (-1.111)

Covariance Matrices

GROUP		ACTIONS	THOUGHTS
CBT	ACTIONS	1.433	.044
	THOUGHTS	.044	3.600
BT	ACTIONS	3.122	2.511
	THOUGHTS	2.511	4.400
NT	ACTIONS	1.111	-1.111
	THOUGHTS	-1.111	5.556

ภาพประกอบ 14.21

ในตาราง 14.22 แสดงค่าสถิติเบื้องต้นจากการวิเคราะห์จำแนกประเภท ตารางแรกจะเป็นค่าไอเกนสำหรับแต่ละฟังก์ชันและสังเกตว่า ค่าในแนวทแยงของเมตริก $HE^{-1}_{variates}$ หรือค่าไอเกนจะถูกแปลงเป็นเปอร์เซ็นต์ของความแปรปรวนที่ถูกอธิบายและฟังก์ชันแรกอธิบายได้ 82.2% ของความแปรปรวนส่วนฟังก์ชันที่ 2 อธิบายได้ 17.8% ในตารางถัดไปจะแสดงค่า Wilk's Lambda ซึ่งจะมีค่า 0.699 มี df = 4 และมีนัยสำคัญที่ 0.05 เท่ากับใน MANOVA จุดที่สำคัญสังเกตว่าตารางนี้มีฟังก์ชันเดียวที่มีนัยสำคัญ (ฟังก์ชันที่ 2 ไม่มีนัยสำคัญที่ p = 0.173) ดังนั้นความแตกต่างระหว่างกลุ่มสามารถอธิบายได้ใน 1 ฟังก์ชัน

Eigenvalues

Function	Eigenvalue	% of Variance	Cumulative %	Canonical Correlation
1	.335(a)	82.2	82.2	.501
2	.073(a)	17.8	100.0	.260

a First 2 canonical discriminant functions were used in the analysis.

Wilks' Lambda

Test of Function(s)	Wilks' Lambda	Chi-square	df	Sig.
1 through 2	.699	9.508	4	.050
2	.932	1.856	1	.173

ภาพประกอบ 14.22

ตารางในภาพประกอบ 14.23 จะมีความสำคัญมากสำหรับแปลความหมาย ตารางแรกแสดงสัมประสิทธิ์ฟังก์ชันการจำแนกที่เป็นมาตรฐานสำหรับ 2 ตัวแปร ในกรณีของสมการถดถอยเชิงเส้น สัมประสิทธิ์ฟังก์ชันการจำแนกที่เป็นมาตรฐานมีความเท่าเทียมกับค่า beta ในการถดถอย สัมประสิทธิ์จะบอกเราเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของแต่ละตัวแปรกับตัวแปรตาม ชัดเจนว่าขนาดของสัมประสิทธิ์ของตัวแปร Actions มีมากกว่าตัวแปร Thought แต่เครื่องหมายตรงกันข้าม สัมประสิทธิ์ beta ที่เป็นมาตรฐานมีค่าอยู่ระหว่าง ± 1 ตัวแปรทั้งคู่มีค่ามากในฟังก์ชันแรก และมีค่าเข้าใกล้ 1 และ -1 ตามลำดับ มีเฉพาะฟังก์ชันแรกที่มีความสำคัญ สรุปได้ว่า ตัวแปรตามทั้ง 2 ตัวในชุดของตัวแปรจำแนกประเภทมีตัวแปรหนึ่งตัวที่มีค่าเป็นลบและอีกหนึ่งตัวมีค่าเป็นบวก บ่งชี้ว่าความแตกต่างระหว่างกลุ่มอธิบายได้ด้วยความแตกต่างระหว่างตัวแปรตาม

Standardized Canonical Discriminant Function Coefficients

	Function	
	1	2
ACTIONS	.829	.584
THOUGHTS	-.713	.721

Structure Matrix

	Function	
	1	2
ACTIONS	.711(*)	.703
THOUGHTS	-.576	.817(*)

Pooled within-groups correlations between discriminating variables and standardized canonical discriminant functions Variables ordered by absolute size of correlation within function.

* Largest absolute correlation between each variable and any discriminant function

ภาพประกอบ 14.23

อีกวิธีการหนึ่งในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามและตัวแปรจำแนกก็คือเมตริกโครงสร้าง (Structure Matrix) ซึ่งจะแสดงว่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรคาโนนิคอล จะถูกเปรียบเทียบกับค่าน้ำหนักองค์ประกอบ และบ่งชี้ถึงธรรมชาติของตัวแปร Bargman (1920) โต้แย้งว่าเมื่อมีบางตัวแปรของตัวแปรตามที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรคาโนนิคอลมาก ขณะที่ตัวแปรอื่นมีความสัมพันธ์กันต่ำ ซึ่งตัวแปรที่มีสหสัมพันธ์สูงจะใช้ในการจำแนกกลุ่มได้มาก เราสนใจเฉพาะตัวแปรแรก (เพราะตัวแปรที่ 2 ไม่มีนัยสำคัญ) สามารถสรุปได้ว่า ตัวแปร Action มีความสำคัญมากกว่าในความแตกต่างระหว่าง 3 กลุ่ม (เพราะ 0.711 มากกว่า 0.576)

Canonical Discriminant Function Coefficients

	Function	
	1	2
ACTIONS	.603	.425
THOUGHTS	-.335	.339
(Constant)	2.139	-6.857

Unstandardized coefficients

Functions at Group Centroids

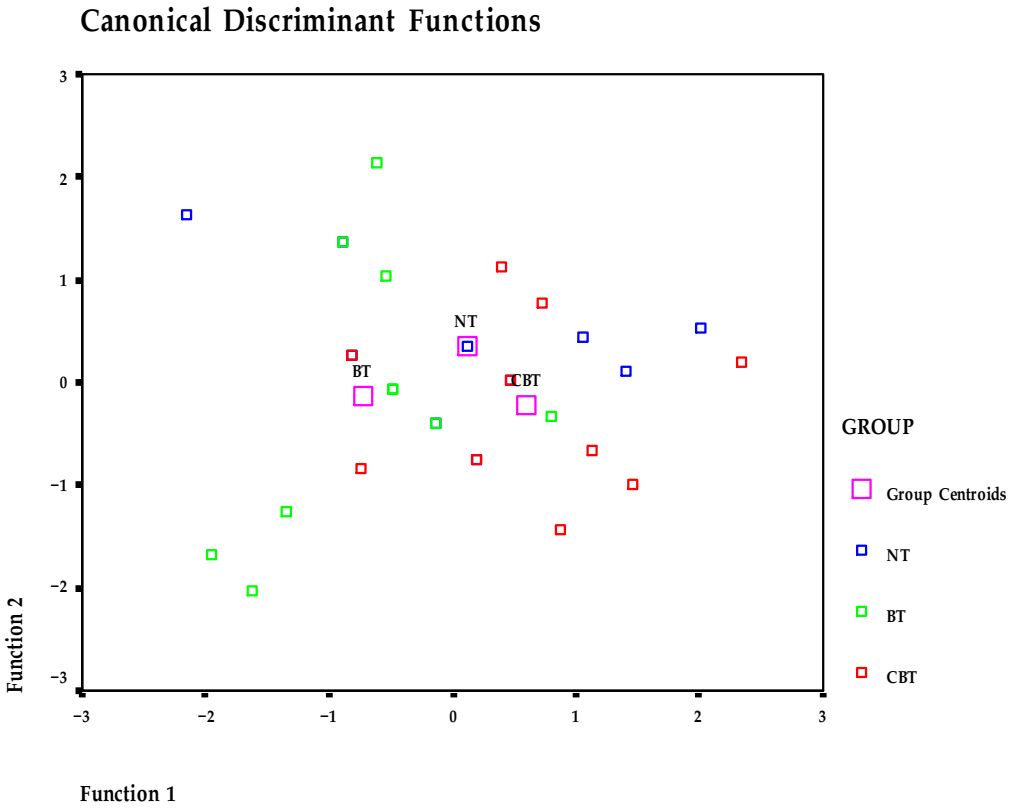
GROUP	Function	
	1	2
CBT	.601	-.229
BT	-.726	-.128
NT	.125	.357

Unstandardized canonical discriminant functions evaluated at group means

ภาพประกอบ 14.24

ส่วนถัดไปของผลลัพธ์ในภาพประกอบ 14.24 จะบอกเกี่ยวกับสัมประสิทธิ์ฟังก์ชันการจำแนกคาโนนิคอล ซึ่งจะเป็นค่าที่ไม่เป็นมาตรฐานของสัมประสิทธิ์ฟังก์ชันการจำแนกที่เป็นมาตรฐานที่อธิบายในภาพประกอบ 14.23 สังเกตว่า ค่านี้คือค่าไอเกนเวกเตอร์ที่ได้มาใช้ในการคำนวณในหัวข้อที่ได้อธิบายไปแล้ว ซึ่งค่านี้มีประโยชน์น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ฟังก์ชันการจำแนกที่เป็นมาตรฐาน ตารางถัดไปเป็นเซนทรอยด์ของตัวแปรแต่ละกลุ่ม เซนทรอยด์อธิบายอย่างง่ายก็คือค่าเฉลี่ยตัวแปรในแต่ละกลุ่ม ส่วนการแปลความหมาย ควรมองหาสัญลักษณ์ของเซนทรอยด์ (บวก หรือลบ) ฟังก์ชันที่ 1 จำแนกกลุ่ม BT ออกจากกลุ่มอื่น ๆ (เพราะความแตกต่างระหว่างเซนทรอยด์มีมากกว่า) ฟังก์ชันที่ 2 (ซึ่งไม่มีนัยสำคัญ) ดูเหมือนจะจำแนกกลุ่ม NT จากอีก 2 กลุ่ม

สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรและกลุ่มจะแสดงโดยการพล็อตกราฟ การพล็อตกราฟนี้จะใช้คะแนนจากฟังก์ชันการจำแนกของกลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่ม นอกจากนี้เซนทรอยด์ของกลุ่มจะเป็นค่าเฉลี่ยของฟังก์ชันในแต่ละกลุ่ม



ภาพประกอบ 14.25

ในภาพประกอบ 14.25 เป็นการพล็อตข้อมูลในตัวอย่างนี้ และชัดเจนว่า จากตำแหน่งของเซนทรอยด์ (สี่เหลี่ยมใหญ่ที่บ่งบอกกลุ่ม) พิจารณาในแนวนอนที่เป็นช่วงห่างระหว่างเซนทรอยด์ของฟังก์ชันที่ 1 ได้จำแนกกลุ่ม BT ออกจากกลุ่ม NT และ CBT พิจารณาในแนวตั้งที่เป็นช่วงห่างระหว่างเซนทรอยด์ของฟังก์ชันที่ 2 จะไม่มีความแตกต่างระหว่างกลุ่ม เพราะไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ช่วงห่างระหว่างเซนทรอยด์ของแต่ละกลุ่มจะใกล้กันมาก บ่งชี้ถึงการไม่แยกขาดจากกันของทั้ง 3 กลุ่ม